

1

Nullstellen

2

Stammfunktionen

3

Integrale

4

Flächeninhalt

1 Nullstellen berechnen

Arbeitsauftrag

Bestimme jeweils alle reellen Nullstellen. Gib deinen Rechenweg vollständig an und notiere Umformungen rechts mit einem Strich.

Warum ist das für Flächen mit der x-Achse wichtig?

Nullstellen sind mögliche Grenzen von Flächen. Sie zeigen außerdem, wo der Graph die x-Achse schneidet und wo ein Bereich ggf. in Teilintervalle aufgeteilt werden muss.

A) Ganzrationale Funktionen

a) $f(x) = x^2 - 16$

b) $f(x) = x^2 + 3x$

c) $f(x) = x^2 - 7x + 10$

d) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

e) $f(x) = x^3 - 4x$

f) $f(x) = x^4 - 16$

B) e-Funktionen

g) $f(x) = e^x - 5$

h) $f(x) = 2e^x - 6$

i) $f(x) = e^{2x} - 9$

j) $f(x) = e^{2x} - 2e^x$

Methoden im Blick

Wurzelziehen, Ausklammern, Satz vom Nullprodukt, pq-Formel und eine biquadratische Gleichung.



2 Stammfunktionen bilden

Arbeitsauftrag

Bilde jeweils eine Stammfunktion F. Schreibe bei unbestimmten Integralen immer +C dazu.

A) Ganzrationale Funktionen

a) $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$ b) $f(x) = -4x^3 + 2x - 5$ c) $f(x) = 5x^4 - 3x^2$

B) Basis e-Funktion und linear verkettete e-Funktionen

d) $f(x) = e^x$ e) $f(x) = 4e^{2x}$ f) $f(x) = 2e^{3x+1}$

Bei $e^a(mx+b)$ entsteht beim Integrieren der Faktor $1/m$.

C) Einfache Brüche

g) $f(x) = \frac{3}{x^2}$ h) $f(x) = \frac{2}{x^3}$ i) $f(x) = -\frac{4}{x^4}$

Schreibe Potenzbrüche zuerst als Potenzen mit negativem Exponenten.

D) Einfache Wurzeln

j) $f(x) = \sqrt{x}$ k) $f(x) = 3\sqrt{x}$ l) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Schreibe Wurzeln vor dem Integrieren als Potenzen.

1

Nullstellen

2

Stammfunktionen

3

Integrale

4

Flächeninhalt

3 Bestimmte Integrale

Arbeitsauftrag

Berechne die bestimmten Integrale. Gib das Ergebnis zunächst exakt an. Ein bestimmtes Integral darf auch negativ sein.

Aufgaben

A) $\int_0^2 (3x^2 - 2x) dx$

B) $\int_0^2 (x - 3) dx$

C) $\int_0^1 4e^{2x} dx$

D) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

E) $\int_1^2 \frac{3}{x^2} dx$

Wichtig für die Flächenberechnung:

Der Integralwert berücksichtigt das Vorzeichen. Ein geometrischer Flächeninhalt ist nie negativ. Deshalb wird ein negativer Integralwert erst bei der Flächenberechnung mit dem Betrag behandelt.



4 Flächeninhalt mit der x-Achse

Arbeitsauftrag

Berechne jeweils den geometrischen Flächeninhalt. Arbeite mit den vier Schritten Nullstellen - Bereich - Integral(e) - Gesamtflächeninhalt.

1. Nullstellen

2. Bereich

3. Integral(e)

4. Gesamtfläche

A)

Gegeben: $f(x) = x^2 - 4, \quad x \in [-3; 3]$

B)

Gegeben: $f(x) = -x^2 + 4$

C)

Gegeben: $f(x) = e^x - 1, \quad x \in [-1; 1]$

D)

Gegeben: $f(x) = x^2 + 1, \quad x \in [-1; 1]$

E)

Gegeben: $f(x) = x^2 - 2x, \quad x \in [0; 2]$

F)

Gegeben: $f(x) = e^x - 2, \quad x \in [0; \ln 4]$

Zum Schluss prüfen: Habe ich alle Nullstellen im betrachteten Bereich berücksichtigt? Habe ich bei negativen Teilintegralen nur für den Flächeninhalt den Betrag verwendet? Habe ich alle Teilflächen addiert und eine Flächeneinheit angegeben?