

Begriffe bei ganzrationalen Funktionen

Fachbegriffe verstehen – Terme richtig lesen – Grad sicher bestimmen

einfach mathe!

1. Was ist eine ganzrationale Funktion?

Eine **ganzrationale Funktion** ist eine Funktion, deren Funktionsterm nur aus Summen von Potenzen von x besteht. Die **Exponenten** sind **natürliche Zahlen** einschließlich 0 (also $n \in \mathbb{N}_0$). Die Zahlen vor den Potenzen heißen **Koeffizienten**.

2. Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ sind **reelle Zahlen (Koeffizienten)**.
- n ist eine **natürliche Zahl** ($n \in \mathbb{N}_0$).
- Die höchste vorkommende Potenz bestimmt den **Grad der Funktion**.

3. Wichtige Begriffe einfach erklärt

Koeffizienten	Die Zahlen vor den x -Potenzen heißen Koeffizienten . Dazu gehört auch der konstante Koeffizient a_0 (das Absolutglied).
Leitkoeffizient	Der Koeffizient vor der höchsten Potenz heißt Leitkoeffizient (a_n).
Absolutglied	Die Zahl ohne x heißt Absolutglied (konstanter Koeffizient a_0). Sie ist das konstante Glied am Ende.
Exponenten	Die Hochzahlen an x heißen Exponenten . Bei ganzrationalen Funktionen sind sie natürliche Zahlen einschließlich 0 ($n \in \mathbb{N}_0$).
Grad	Der größte Exponent mit einem von 0 verschiedenen Koeffizienten heißt Grad der Funktion .

4. Zahlenmengen, die du kennen musst

Natürliche Zahlen $\mathbb{N}$

Das sind die Zählzahlen. Je nach Definition gehört 0 nicht dazu: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$. Für ganzrationale Funktionen verwenden wir $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

Reelle Zahlen $\mathbb{R}$

Das sind alle Zahlen auf dem Zahlenstrahl, zum Beispiel $-3, 0, 2,5, \sqrt{2}$ oder π .

Merke

Bei ganzrationalen Funktionen sind die Koeffizienten **reelle Zahlen** und die **Exponenten natürliche Zahlen** ($n \in \mathbb{N}_0$).

5. Beispiel mit markierten Begriffen

Leitkoeffizient: 3 Grad: 4 Absolutglied: 1

$$f(x) = 3x^4 + 5x^2 - 7x + 1$$

Koeffizienten: 3, 0, 5, -7, 1
(inkl. des fehlenden x^3 -Terms)

- **Grad: 4**
Die höchste vorkommende Potenz ist 4.
- **Leitkoeffizient: 3**
Der Koeffizient vor x^4 ist 3.
- **Koeffizienten: 3, 0, 5, -7, 1**
Die Zahlen vor den x -Potenzen sind 3, 0, 5, -7 und 1 (der x^3 -Term hat den Koeffizienten 0).
- **Absolutglied: 1**
Die Zahl ohne x am Ende ist 1.

Begriffe bei ganzrationalen Funktionen

Fachbegriffe anwenden – Beispiele lösen – typische Fehler vermeiden

einfach mathe!

6. Begriffe sicher anwenden

Bestimme jeweils Grad, Leitkoeffizient, **alle Koeffizienten** (inkl. fehlender Potenzen mit 0) und das **Absolutglied**.

a) $f(x) = 3x^4 + 5x^2 - 7x + 1$

Grad	4
Leitkoeffizient	3
Koeffizienten (a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)	3, 0, 5, -7, 1
Absolutglied	1

b) $f(x) = -x^2 + 4x + \frac{1}{2}$

Grad	2
Leitkoeffizient	-1
Koeffizienten (a_2, a_1, a_0)	-1, 4, $\frac{1}{2}$
Absolutglied	$\frac{1}{2}$

c) $g(x) = \frac{1}{2}x^5 + 7x^2 - x + 1$

Grad	5
Leitkoeffizient	$\frac{1}{2}$
Koeffizienten ($a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0$)	$\frac{1}{2}, 0, 0, 7, -1, 1$
Absolutglied	1

7. Wichtiger Hinweis

Fehlende Potenzen sind erlaubt. Dann ist der zugehörige Koeffizient 0.

Beispiel

$$h(x) = 2x^5 + x$$

$$h(x) = 2x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 1x + 0$$

Deshalb ist der **Grad 5**, der **Leitkoeffizient 2** und das **Absolutglied 0**.

8. Mini-Check

Teste dein Wissen. Löse die Aufgaben und vergleiche anschließend mit den Kurzlösungen.

- Bestimme Grad, Leitkoeffizient und Absolutglied von $p(x) = -4x^3 + 2x$.
- Welche Koeffizienten hat $q(x) = -x^4 + 5$?
- Warum ist $r(x) = 3x^{-2} + 1$ keine ganzrationale Funktion?

Kurzlösungen

- Grad 3, Leitkoeffizient -4, Absolutglied 0
- Koeffizienten: -1, 0, 0, 0, 5 (also -1, 0, 0, 0, 5 für $x^4, x^3, x^2, x, 1$)
- Der Exponent -2 ist nicht natürlich ($-2 \notin \mathbb{N}_0$); deshalb ist die Funktion nicht ganzrational.

Merke

Bei ganzrationalen Funktionen achtest du besonders auf die **höchste Potenz**, den **Leitkoeffizienten**, **alle Koeffizienten** (auch 0 bei fehlenden Potenzen) und das **Glied ohne x**.