AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

# Das bestimmte Integral

Stammfunktion bilden, Grenzen einsetzen und den Integralwert berechnen

DIE WICHTIGSTE REGEL

## Oberer Wert minus unterer Wert

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Für stetiges f auf [a; b] und eine Stammfunktion F von f gilt diese Regel.
**a** ist die untere Grenze, **b** die obere Grenze. Das Ergebnis ist **eine Zahl**.

## Beispiel: Eine durchgehende Rechnung

$$\int_0^1 (6x^2 - 2x + 1)\,\mathrm{d}x$$

1 $= 2x^3 - 1x^2 + 1x \Big|_0^1$

$= 2x^3 - x^2 + x \Big|_0^1$

2 $= (2 \cdot 1^3 - 1^2 + 1) - (2 \cdot 0^3 - 0^2 + 0)$

3 $= 2 - 1 + 1 - (0)$

$= 2$

### Deine Schritte

1. **Stammfunktion bilden,** Grenzen notieren, ggf. vereinfachen
2. **Grenzen einsetzen:** oberer Wert minus unterer Wert
3. **Ausrechnen.** Klammern und Vorzeichen beachten

**Eine Rechnung:**
Jede Zeile führt sie weiter.

**Beim Einsetzen:** Erst die obere Grenze einsetzen, dann den gesamten Term mit der unteren Grenze abziehen. Setze den unteren Term in eine Klammer.

**Merksatz**

**Immer F(b) − F(a).** Die Gleichheitszeichen stehen untereinander: Integral → Stammfunktion mit Grenzen → eingesetzte Werte → Ergebnis.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

# Das bestimmte Integral

Die Konstante verstehen und bestimmte Integrale selbst berechnen

## Warum brauchst du hier kein +C?

Du darfst eine beliebige Stammfunktion wählen, zum Beispiel mit **C = 0**.
Bei der Differenz hebt sich die Konstante auf:

$$(F(b)+C)-(F(a)+C)=F(b)-F(a)$$

Deshalb bleibt derselbe Integralwert, egal welches C du gewählt hast.

## Klammern und Vorzeichen beachten

Der untere Wert wird **vollständig abgezogen**. Ist er negativ,
wird aus dem Minus vor der Klammer und dem Minus darin ein Plus:

$$4-(-2)=4+2=6$$

## Deine Übungsrunde

Rechne wie im Beispiel: Schreibe die Gleichheitszeichen untereinander.
Die vollständigen Lösungen findest du auf den folgenden Seiten.

**A** $\int_1^2 2x\,\mathrm{d}x$

**B** $\int_0^2 3x^2\,\mathrm{d}x$

**C** $\int_{-1}^1 (2x+3)\,\mathrm{d}x$

**D** $\int_0^3 (-2)\,\mathrm{d}x$

**Merksatz**

**Ein Integralwert kann auch negativ sein.** Er ist nicht automatisch ein geometrischer Flächeninhalt. Achte beim Rechnen auf alle Vorzeichen.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

# Das bestimmte Integral

Ausführliche Lösungen: Aufgaben A und B

## A Obere Grenze 2, untere Grenze 1

$$\int_1^2 2x\,dx$$

1. $= 1x^2 \Big|_1^2$
   $= x^2 \Big|_1^2$
2. $= 2^2 - 1^2$
3. $= 4 - 1$

$$= 3$$

**Deine Schritte**

1. **Stammfunktion bilden,** Grenzen notieren, ggf. vereinfachen
2. **Grenzen einsetzen:** oberer Wert minus unterer Wert
3. **Ausrechnen.** Klammern und Vorzeichen beachten

## B Obere Grenze 2, untere Grenze 0

$$\int_0^2 3x^2\,dx$$

1. $= 1x^3 \Big|_0^2$
   $= x^3 \Big|_0^2$
2. $= 2^3 - 0^3$
3. $= 8 - 0$

$$= 8$$

**Deine Schritte**

1. **Stammfunktion bilden,** Grenzen notieren, ggf. vereinfachen
2. **Grenzen einsetzen:** oberer Wert minus unterer Wert
3. **Ausrechnen.** Klammern und Vorzeichen beachten

**Merksatz**

**Die Grenzen bleiben beim Aufleiten erhalten.** Erst beim Einsetzen werden sie durch die entsprechenden Zahlen in der Stammfunktion ersetzt.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

# Das bestimmte Integral

Ausführliche Lösungen: Aufgaben C und D

## C Auch die negative Grenze einklammern

$$\int_{-1}^{1} (2x+3)\,dx$$

1. $= 1x^2 + 3x \Big|_{-1}^{1}$

$= x^2 + 3x \Big|_{-1}^{1}$

2. $= (1^2 + 3 \cdot 1) - ((-1)^2 + 3 \cdot (-1))$

3. $= 4 - (-2)$

$= 6$

**Deine Schritte**

1. **Stammfunktion bilden,** Grenzen notieren, ggf. vereinfachen
2. **Grenzen einsetzen:** oberer Wert minus unterer Wert
3. **Ausrechnen.** Klammern und Vorzeichen beachten

## D Auch ein negatives Ergebnis ist möglich

$$\int_{0}^{3} (-2)\,dx$$

1. $= -2x \Big|_{0}^{3}$

2. $= (-2 \cdot 3) - (-2 \cdot 0)$

3. $= -6 - 0$

$= -6$

**Deine Schritte**

1. **Stammfunktion bilden,** Grenzen notieren, ggf. vereinfachen
2. **Grenzen einsetzen:** oberer Wert minus unterer Wert
3. **Ausrechnen.** Klammern und Vorzeichen beachten

**Merksatz**

**Stammfunktion → Grenzen einsetzen → ausrechnen.**
Die Gleichheitszeichen führen durch die gesamte Rechnung.