AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

Stammfunktion bilden

Potenzregel verstehen und Schritt für Schritt anwenden

Worum geht es?

Eine Stammfunktion F passt zu f, wenn **F′(x) = f(x)** gilt. Beim Aufleiten machst du das Ableiten rückgängig.

Die Potenzregel – dein Aufleit-Trick

POTENZREGEL · WICHTIGSTE REGEL

$$F(x) = \frac{\text{VZ}}{\text{nHZ}} \cdot x^{\text{nHZ}} + C$$

nHZ — **Neue Hochzahl = alte Hochzahl + 1.**

VZ — **Vorzahl einschließlich Vorzeichen.** Teile sie durch die neue Hochzahl.

So setzt du die Regel um

Positive Vorzahl

$$f(x) = 6x^8$$

Alte Hochzahl: **8** → neue Hochzahl: **9**

$$\frac{6}{9} \xrightarrow{\text{kürzen}} \frac{2}{3}$$

$$F(x) = \frac{6}{9}x^9 + C = \frac{2}{3}x^9 + C$$

Probe: $F'(x) = \frac{2}{3} \cdot 9x^8 = 6x^8$

Negative Vorzahl

$$g(x) = -4x^3$$

Alte Hochzahl: **3** → neue Hochzahl: **4**

$$\frac{-4}{4} = -1$$

$$G(x) = \frac{-4}{4}x^4 + C = -x^4 + C$$

Probe: G′(x) = −4x³ = g(x).

Versteckte Zahlen sichtbar machen

Bei x-Termen ergänzen:

$$2x = 2x^1$$

$$x = 1x^1$$

$$-x = -1x^1$$

Hinter eine reine Zahl kommt ein x.

Zahl	Eine Stammfunktion
5	$5x$
1	$1x = x$
-1	$-1x = -x$

Merksatz

Neue Hochzahl ausrechnen, Vorzahl durch sie teilen und x mit der neuen Hochzahl schreiben. Reine Zahl? Einfach ein x dahinter. Allgemein: +C ergänzen.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

Stammfunktion bilden

Ganzrationale Funktionen: Regeln verstehen und anwenden

Die Summenregel – jeden Term einzeln

SUMMENREGEL

Ganz einfach: Alles, was durch ein Plus oder ein Minus getrennt ist, wird einzeln integriert – also einzeln aufgeleitet. Nimm das Vorzeichen jeweils mit.

$$\begin{aligned} g(x) &= x^3 + 7x^2 - 6x + 6 \\ &= 1x^3 + 7x^2 - 6x^1 + 6 \\ G(x) &= \tfrac{1}{4}x^4 + \tfrac{7}{3}x^3 - 3x^2 + 6x + C \end{aligned}$$

Probe: G′(x) = x³ + 7x² − 6x + 6. Du erhältst wieder die Ausgangsfunktion.

Faktoren und Vorzeichen bleiben erhalten

FAKTORREGEL

$$5x^2 \longrightarrow \tfrac{5}{3}x^3$$

Die Vorzahl 5 bleibt beim Aufleiten erhalten und wird durch die neue Hochzahl 3 geteilt.

VORZEICHEN BEACHTEN

$$-6x \longrightarrow -\tfrac{6}{2}x^2 = -3x^2$$

Das Minus gehört zur Vorzahl. Aus −6 wird beim Teilen durch 2 die Vorzahl −3.

Die Probe: Stammfunktion ableiten

STAMMFUNKTION KONTROLLIEREN

Du kannst deine Stammfunktion kontrollieren, indem du sie **ableitest**. Dabei muss wieder genau die **Ausgangsfunktion** herauskommen.

$$F'(x) = f(x)$$

$$F(x) = x^2 + C \xrightarrow{\text{ableiten}} F'(x) = 2x$$

Vergleiche: Die Ausgangsfunktion war f(x) = 2x. Sie stimmt mit F′(x) überein. Die Konstante C fällt beim Ableiten weg.

Merksatz

Potenzregel: neue Hochzahl bilden und die Vorzahl durch sie teilen. Summenregel: jeden Summanden einzeln aufleiten. Probe: das Ergebnis ableiten.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

Stammfunktion bilden

Übungsseite: Erst selbst rechnen, dann die Lösungen prüfen

Deine Übungsrunde

Bilde jeweils die **allgemeine Stammfunktion mit +C**. Nutze die Potenzregel und bei Summen zusätzlich die Summenregel.

Potenzfunktionen

A $f(x)=6x^2$

B $g(x)=-8x^3$

C $h(x)=x^4$

Ganzrationale Funktionen

D $k(x)=3x^2-4x+2$

E $p(x)=x^3+7x^2-6x+6$

F $q(x)=-2x^4+5x^2-x+3$

Tipp: Beachte die Vorzeichen, leite jeden Summanden einzeln auf und ergänze +C. Kontrolliere danach durch Ableiten.

Lösungen mit Rechenweg

A $F(x)=\frac{6}{3}x^3+C=2x^3+C$

B $G(x)=\frac{-8}{4}x^4+C=-2x^4+C$

C $H(x)=\frac{1}{5}x^5+C$

D $K(x)=\frac{3}{3}x^3-\frac{4}{2}x^2+2x+C=x^3-2x^2+2x+C$

E $P(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{7}{3}x^3-3x^2+6x+C$

F $Q(x)=-\frac{2}{5}x^5+\frac{5}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+3x+C$

In allen Lösungen ist C eine beliebige reelle Zahl. Leite deine Ergebnisse ab und vergleiche sie mit den Aufgaben.

Merksatz

Die beste Probe ist das Ableiten: Aus deiner Stammfunktion muss wieder genau die vorgegebene Funktion werden.