AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

Das unbestimmte Integral

Ohne Grenzen integrieren und alle Stammfunktionen angeben

DIE WICHTIGSTE IDEE

Das unbestimmte Integral beschreibt alle Stammfunktionen.

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C, \qquad C \in \mathbb{R}$$

Das Ergebnis des unbestimmten Integrals besteht aus einer Stammfunktion F und der sogenannten **Integrationskonstante C**. Mit +C werden alle Stammfunktionen auf dem betrachteten Intervall dargestellt.

Die Schreibweise verstehen

$\int$ **Integralzeichen**
Bilde die **Stammfunktionen.**

$f(x)$ **Integrand**
Die Funktion, die **integriert wird.**

$\mathrm{d}x$ **Nach x**
Du integrierst **bezüglich x.**

Beispiel: So rechnest du

$$\int (3x^2 + 4x - 1)\,\mathrm{d}x$$

1 Jeden Term einzeln aufleiten

$$\frac{3}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 - 1x$$

2 Vereinfachen und +C ergänzen

$$F(x) = x^3 + 2x^2 - x + C$$

3 Zusatz: Durch Ableiten prüfen

$$F'(x) = 3x^2 + 4x - 1 = f(x)$$

Deine Schritte

1. Jeden Term **einzeln aufleiten**
2. **Vereinfachen** und einmal **+C ergänzen**

Potenzregel

$$F(x) = \frac{\mathrm{VZ}}{\mathrm{nHZ}} \cdot x^{\mathrm{nHZ}} + C$$

VZ = Vorzahl mit Vorzeichen
nHZ = neue Hochzahl
= alte Hochzahl + 1

Merksatz

Keine Grenzen am Integralzeichen: Gesucht sind alle Stammfunktionen. Du bildest die Stammfunktion und schreibst einmal +C dazu.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

OBERSTUFE

Das unbestimmte Integral

Regeln anwenden, selbst üben und durch Ableiten kontrollieren

Deine Regeln auf einen Blick

Potenzregel

$$\int a \cdot x^n \, dx = \frac{a}{n+1} \cdot x^{n+1} + C \qquad (n \neq -1)$$

Neue Hochzahl = alte Hochzahl + 1. Teile die Vorzahl durch die neue Hochzahl.

Summenregel Alles, was durch Plus oder Minus getrennt ist, wird einzeln integriert. Hinter eine reine Zahl kommt ein x: Aus 5 wird 5x.

Deine Übungsrunde

Berechne die unbestimmten Integrale. Denke an **+C**.

A $\int 6x^2 \, dx$

B $\int 8x^3 \, dx$

C $\int (4x^3 - 2x + 5) \, dx$

D $\int (3x^2 + 6x - 4) \, dx$

Lösungen mit Probe

A $\int 6x^2 \, dx = \frac{6}{3}x^3 + C = 2x^3 + C$

Probe: $F'(x) = 6x^2$

B $\int 8x^3 \, dx = \frac{8}{4}x^4 + C = 2x^4 + C$

Probe: $F'(x) = 8x^3$

C $\int (4x^3 - 2x + 5) \, dx = x^4 - x^2 + 5x + C$

Probe: $F'(x) = 4x^3 - 2x + 5$

D $\int (3x^2 + 6x - 4) \, dx = x^3 + 3x^2 - 4x + C$

Probe: $F'(x) = 3x^2 + 6x - 4$

Merksatz

Das Ergebnis enthält +C. Beim Ableiten fällt C weg, denn die Ableitung einer Konstanten ist 0. Zur Kontrolle muss wieder der Integrand herauskommen.