AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

GRUNDKURS

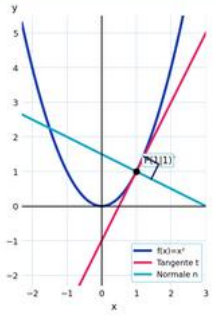
Normale aufstellen

Definition, Vorgehen und Beispiel

Was ist eine Normale?

Eine Normale ist eine Gerade, die durch den Berührpunkt P auf dem Graphen verläuft und dort senkrecht auf der Tangente steht.

$$m_n = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{f'(x_0)}$$



01 So gehst du vor

1 y-Koordinate

x_0 in $f(x)$ einsetzen und ausrechnen.

$$y_0 = f(x_0)$$

2 Steigung m_n

Zuerst $m_t = f'(x_0)$ bestimmen. Dann den negativen Kehrwert bilden.

$$m_n = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{f'(x_0)}$$

3 b berechnen

m_n, x und y in $y = m \cdot x + b$ einsetzen und nach b auflösen.

4 Normale

m_n und b in $y = m \cdot x + b$ einsetzen.

02 Beispiel: Normale aufstellen

Gegeben ist $f(x) = x^2 + 4x - 1$ und $x_0 = 1$. Bestimme die Normale an der Stelle $x_0 = 1$.

1 y-Koordinate:

$$f(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 = 4$$
$$P(1 \mid 4)$$

2 m berechnen:

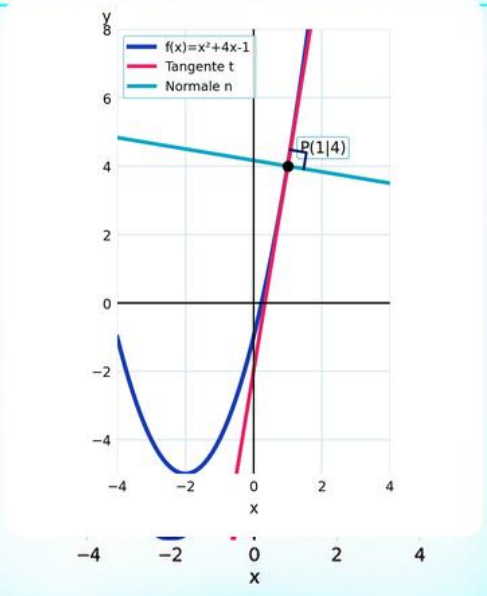
$$f'(x) = 2x + 4$$
$$m_t = f'(1) = 6$$
$$m_n = -\frac{1}{6}$$

3 b berechnen:

$$4 = -\frac{1}{6} \cdot 1 + b$$
$$4 = -\frac{1}{6} + b \quad | + \frac{1}{6}$$
$$\frac{25}{6} = b$$
$$b = \frac{25}{6}$$

4 Normale aufstellen:

$$n(x) = -\frac{1}{6}x + \frac{25}{6}$$



Merke | Tangente und Normale verlaufen durch denselben Berührpunkt und stehen dort senkrecht aufeinander.

GRUNDKURS

Normale aufstellen

Mini-Training - übe das Aufstellen von Normalen

03 Übung ohne Lösung

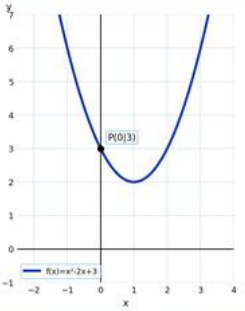
Stelle jeweils die Normale auf. Arbeite immer in den 4 Schritten: y-Koordinate bestimmen, m_t und m_n berechnen, b bestimmen und die Normale angeben.

Tipp: $m_n = -1 / m_t$. Auf den Lösungsseiten siehst du zusätzlich Tangente, Normale und den rechten Winkel.

A $f(x) = x^2 - 2x + 3$

Gegeben: $P(0|3)$

Aufgabe: Stelle die Normale im Punkt P auf.



B $g(x) = x^2 + 2x + 1$

Gegeben: $x_0 = 1$

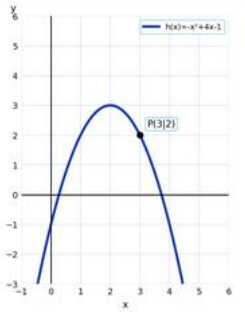
Aufgabe: Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Normale auf.



C $h(x) = -x^2 + 4x - 1$

Gegeben: $x_0 = 3$

Aufgabe: Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Normale auf.



Merke: Die Normale ist die Gerade durch P, die senkrecht zur Tangente steht.

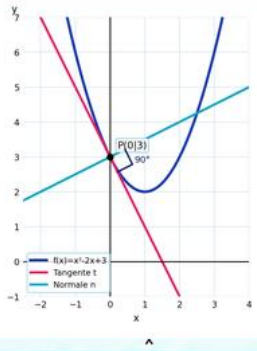
GRUNDKURS

Normale aufstellen
Lösung A

A Aufgabe A

$f(x) = x^2 - 2x + 3$ und $P(0|3)$.

Stelle die Normale im Punkt P auf. Im Graphen sind Tangente, Normale und der rechte Winkel eingezeichnet.



05 Lösung A

1 y-Koordinate:

$$f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 + 3 = 3$$
$$P(0 \mid 3)$$

2 m berechnen:

$$f(x) = 2x - 2$$
$$m_t = f(0) = -2$$
$$m_n = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

3 b berechnen:

$$3 = \frac{1}{2} \cdot 0 + b$$
$$3 = 0 + b$$
$$3 = b$$
$$b = 3$$

4 Normale aufstellen:

$$n(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

Merke: Die Steigungen von Tangente und Normale erfüllen m_t · m_n = -1.

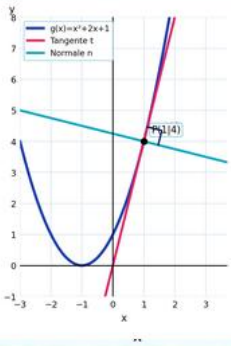
GRUNDKURS

Normale aufstellen
Lösung B

B Aufgabe B

$g(x) = x^2 + 2x + 1$ und $x_0 = 1$.

Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Normale auf.



06 Lösung B

1 y-Koordinate:

$$g(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 + 1 = 4$$
$$P(1 \mid 4)$$

2 m berechnen:

$$g'(x) = 2x + 2$$
$$m_t = g'(1) = 4$$
$$m_n = -\frac{1}{4}$$

3 b berechnen:

$$4 = -\frac{1}{4} \cdot 1 + b$$
$$4 = -\frac{1}{4} + b \quad | + \frac{1}{4}$$
$$\frac{17}{4} = b$$
$$b = \frac{17}{4}$$

4 Normale aufstellen:

$$n(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{4}$$

Merke: Für die Normale brauchst du den Berührpunkt und die negative Kehrwert-Steigung der Tangente.

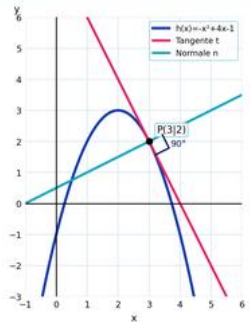
Normale aufstellen
Lösung C

GRUNDKURS

C Aufgabe C

$h(x) = -x^2 + 4x - 1$ und $x_0 = 3$.

Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Normale auf.



07 Lösung C

1 y-Koordinate:

$$h(3) = -3^2 + 4 \cdot 3 - 1 = 2$$
$$P(3 \mid 2)$$

2 m berechnen:

$$h'(x) = -2x + 4$$
$$m_t = h'(3) = -2$$
$$m_n = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

3 b berechnen:

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 3 + b$$
$$2 = \frac{3}{2} + b \quad | -\frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{2} = b$$
$$b = \frac{1}{2}$$

4 Normale aufstellen:

$$n(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

Merke: Kontrolle: Tangente und Normale müssen sich im Berührpunkt schneiden und dort einen rechten Winkel bilden.