AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

GRUNDKURS

Tangente aufstellen

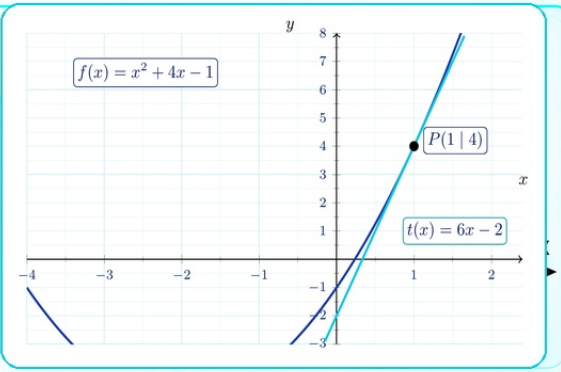
Was ist die Tangente und wie stellt man sie Schritt für Schritt auf?

Was ist eine Tangente?

Eine Tangente ist eine Gerade, die den Graphen einer Funktion in genau einem Punkt berührt und dort die gleiche Steigung wie die Funktion hat.

Die Tangente hat die Form

$$y = m \cdot x + b$$



So stellst du die Tangente auf

1 y-Koordinate berechnen

x_0 in $f(x)$ einsetzen und ausrechnen.

2 m berechnen

x_0 in $f'(x)$ einsetzen und ausrechnen.

3 b berechnen

x, y und m in $y = m \cdot x + b$ einsetzen und nach b auflösen.

4 Tangente aufstellen

m und b in $y = m \cdot x + b$ einsetzen.

Beispiel

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 + 4x - 1$. Bestimme die Tangente an der Stelle $x_0 = 1$.

1 y-Koordinate:

$$f(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 = 4$$
$$P(1 \mid 4)$$

2 m berechnen:

$$f'(x) = 2x + 4$$
$$f'(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6$$
$$m = 6$$

3 b berechnen:

$$4 = 6 \cdot 1 + b$$
$$4 = 6 + b \quad | -6$$
$$-2 = b$$
$$b = -2$$

4 Tangente aufstellen:

$$y = 6x + (-2)$$
$$y = 6x - 2$$

Ergebnis: $t(x) = 6x - 2$

Merke

Bei Tangenten gilt immer: Zuerst den Punkt bestimmen, dann die Steigung mit $f'(x)$ berechnen, danach b ausrechnen und am Ende die Tangente angeben.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

GRUNDKURS

Tangente aufstellen

Mini-Training – übe das Aufstellen von Tangenten

Übung ohne Lösung

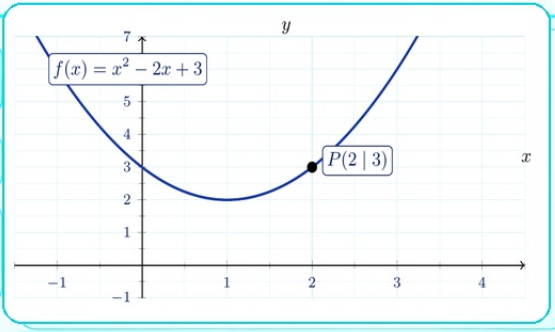
Stelle jeweils die Tangente auf. Arbeite immer in den 4 Schritten: Punkt bestimmen, Steigung berechnen, b berechnen, Tangente angeben.

Achtung: Immer mit kleinem b in $y = m \cdot x + b$ arbeiten.

A $f(x) = x^2 - 2x + 3$

Gegeben: $P(2|3)$

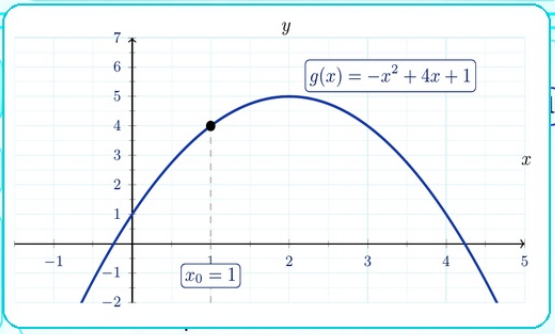
Aufgabe: Stelle die Tangente im Punkt $P(2|3)$ auf.



B $g(x) = -x^2 + 4x + 1$

Gegeben: $x_0 = 1$

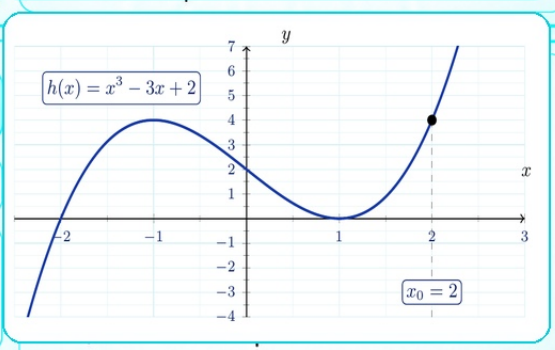
Aufgabe: Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Tangente auf.



C $h(x) = x^3 - 3x + 2$

Gegeben: $x_0 = 2$

Aufgabe: Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Tangente auf.



Merke | Wenn nur x_0 gegeben ist, musst du zuerst die y-Koordinate des Berührpunkts berechnen.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

GRUNDKURS

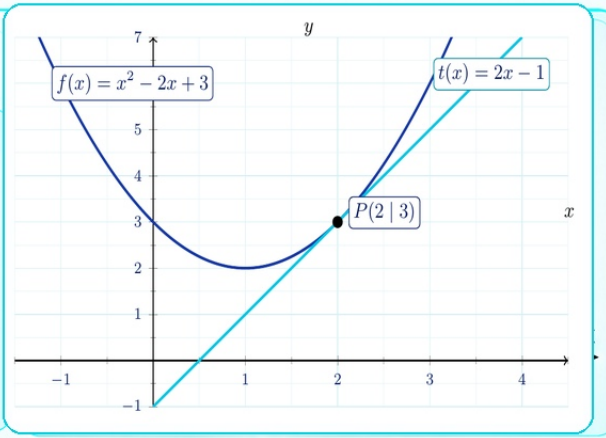
Tangente aufstellen

Lösung A – Tangente im gegebenen Punkt

Aufgabe A

Gegeben ist $f(x) = x^2 - 2x + 3$ und der Punkt $P(2|3)$.

Stelle die Tangente im Punkt $P(2|3)$ auf.



Lösung A

1 y-Koordinate:

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$$
$$P(2|3)$$

2 m berechnen:

$$f'(x) = 2x - 2$$
$$f'(2) = 2 \cdot 2 - 2 = 2$$
$$m = 2$$

3 b berechnen:

$$3 = 2 \cdot 2 + b$$
$$3 = 4 + b \quad | -4$$
$$-1 = b$$
$$b = -1$$

4 Tangente aufstellen:

$$y = 2x + (-1)$$
$$y = 2x - 1$$

Ergebnis: $t(x) = 2x - 1$

Merke

Wenn der Punkt schon gegeben ist, kannst du direkt mit der Steigung weitermachen – die y-Koordinate ist dann schon bekannt.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

GRUNDKURS

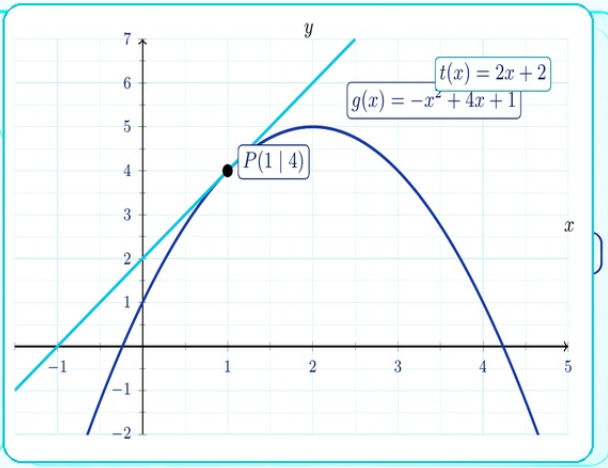
Tangente aufstellen

Lösung B – x_0 gegeben

Aufgabe B

Gegeben ist $g(x) = -x^2 + 4x + 1$ und $x_0 = 1$.

Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Tangente auf.



Lösung

1 y-Koordinate:

$$g(1) = -(1)^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 4$$
$$P(1|4)$$

2 m berechnen:

$$g'(x) = -2x + 4$$
$$g'(1) = -2 \cdot 1 + 4 = 2$$
$$m = 2$$

3 b berechnen:

$$4 = 2 \cdot 1 + b$$
$$4 = 2 + b \quad | -2$$
$$2 = b$$
$$b = 2$$

4 Tangente aufstellen:

$$y = 2x + 2$$

Ergebnis: $t(x) = 2x + 2$

Merke | Ist nur x_0 gegeben, bestimmst du zuerst den Punkt $P(x_0|f(x_0))$.

AUTOR: JENNY KLIPPERT · EINFACH MATHE!

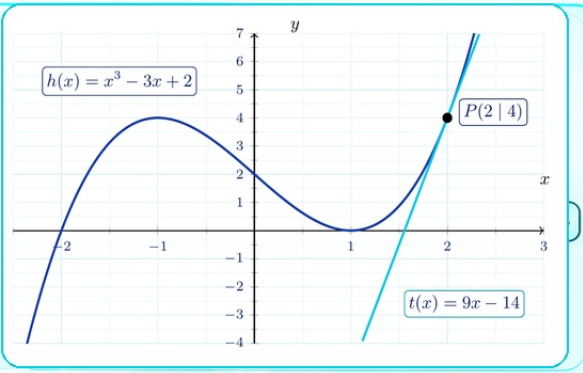
GRUNDKURS

Tangente aufstellen

Lösung C – x_0 gegeben

Aufgabe C

Gegeben ist $h(x) = x^3 - 3x + 2$ und $x_0 = 2$. Bestimme zuerst den Berührpunkt und stelle dann die Tangente auf.



Lösung

1 y-Koordinate:

$$h(2) = 2^3 - 3 \cdot 2 + 2 = 4$$
$$P(2\,|\,4)$$

2 m berechnen:

$$h'(x) = 3x^2 - 3$$
$$h'(2) = 3 \cdot 2^2 - 3 = 9$$
$$m = 9$$

3 b berechnen:

$$4 = 9 \cdot 2 + b$$
$$4 = 18 + b \quad |-18$$
$$-14 = b$$
$$b = -14$$

4 Tangente aufstellen:

$$y = 9x + (-14)$$
$$y = 9x - 14$$

Ergebnis: $t(x) = 9x - 14$

Kurzer Rückblick

- 1. Punkt bestimmen
- 2. Steigung mit $f'(x)$ berechnen
- 3. b ausrechnen
- 4. Tangente angeben